放射光基礎講座（その１）

高エネルギー物理学研究所　宮原　恒昱

１．はじめに

放射光はどのようにして発生し，どのような性質を持っているかを理解することは，ある種の実験にとっては全く不必要かも知れない。放射光を所与のものとして扱う限りにおいては，放射光は蛇口をひねると出てくる水であり，スイッチを押せば流れる電気のようなものであって，その発生の機構を知る必要はないであろう。放射光の利用が広く生活必需品になるようなことが，もしあれば，学会々員数は数万を越えているであろうし，大部分の利用者はブラックボックスとして放射光発生装置を見ればよいのである。今から断言できないが，その時の利用法は，例えば「放射光美容室」であったり，「放射光診療所」であったりするかも知れない。

しかしながら，このような放射光の「大衆化」は一つの夢であって夢のすべてではない。放射光の利用者が当面抱いている夢の一つは，あらゆる意味で高い干渉性と高い輝度をもった光源の出現である。このような放射光を利用するとすればやはり，放射光の発生原理とその性質を理解しておくことは，大いに役に立つと思われる。

この講座では，放射光のみならず，光一般の性質について触れる機会も多いと思われるが，これは放射光の性質の理解にとっても助けになるので，多少，教科書的なものも含めて，なるべく易しく記述するつもりである。

２．光の波動性と光子

われわれが電磁波を観測する時，大きくわけて，波を観測している場合と光子という粒子で観測している場合が考えられる。放射光の世界ではほとんどの場合，光子という形で観測していると言ってよい。フィルムでもフォトマルでもイオン・チェンバーでも，すべて光は光子という形で観測される。この観測の特徴は何であろうか。それは，観測される光子数は，決して負にならないということである。一方，ラジオ波をアンテナで受けて高速のオシロスコープで観測したとしよう。このとき画面には，サインカーブが描かれ，ゼロ点を中心にして正負に振動している。この正負を平均すればゼロになってしまう。この場合は，まさしく電磁波を波として観測しているのであって，信号が正にも負にもなり得るという点で，光子の観測と決定的に異っている。

ところでオシロスコープは検出器とは普通言わないが光子を検出するフォトマルなどは検出器と呼ばれる。この検出器は英語ではdetectorであるが，実はこの語は無線通信用語では「検波器」という意味を持っている。AM変調されたラジオ波を検波する最も簡単な検波器はダイオードである。本来，正負に均等に振動していた電磁波を，一方向に偏った信号に変えてしまうのである。入射した電磁波の振幅にたいして非線型な応答をするという意味ではダイオードは光子の検出器と似たところがある。ただ，ダイオードでは，片方の振幅をカットしてしまうような非線型線であるのに対して光子検出器のほうは，電磁場の振幅を二乗してしまうような非線型性であるという違いがある。

さて，光子という形で検出する場合は電磁場の振幅の二乗を観測するといったが，これは古典論でも量子論でも成立していることである。古典論では電磁場の強さをエネルギーで表わすと，明らかに振幅の２乗に比例しているから決して負になることはない。量子論では，光子場の波動関数を $A(\mathbf{r}, t)$ と書くと，位置 $\mathbf{r}$ のところに光子を見出す確率 $P(\mathbf{r}, t)$ は

$$P(\mathbf{r}, t) \propto |A(\mathbf{r}, t)|^2 \tag{1}$$

と表わされる。光子場を複素数で表すか実数で表わすかについては，少し注意すべき点があるが，それについては後述する。

3．電磁場は複素数か実数か

古典的な電磁場は，１節で述べたように，オシロスコープなどで波として観測され，波の振幅，位相も同時に定義できる。したがって古典的電磁場は，実数で表現されねばならない。一方，量子力学において，エネルギーと運動量の定まった光子の波動関数 $\mathbf{\Psi}$ は

$$\Psi_\mu(\mathbf{r}, t) = A_\mu \exp\{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)\} \quad (\mu = 1, 2, 3, 4) \tag{2}$$

という４元ベクトルで表わされる。しかしながら適当なゲージ変換により $A_4 = 0$ とすることができるので，(2)式は通常の３次元の表現

$$\mathbf{\Psi}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{A} \exp\{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)\} \tag{2'}$$

で表してよい。(1)式によって，位置に $\mathbf{r}$ に光子が見出される確率は

$$P(\mathbf{r}, t) = \mathbf{\Psi}^* \mathbf{\Psi} = \text{一定} \tag{3}$$

となってしまう。この結果は，「運動量が定まった状態は，位置が完全に不確定になる」という量子力学における不確定性関係と対応している。ここで仮に実数化された電磁場を

$$A(\mathbf{r}, t) = A_0 \sin(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t) \tag{4}$$

とおいて，(1)式を用いると

$$P(\mathbf{r}, t) = |A_0|^2 [1 - \cos 2(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)]/2 \tag{5}$$

となって，時間依存性が残ってしまう。この時間依存性は光子の検出によって観測可能であろうか。この疑問については後に述べるとして，電磁場を量子化したとき，ベクトルポテンシャルの演算子Aは

$$A = \text{const.}[a \exp\{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)\} + a^* \exp\{-i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega t)\}] \tag{6}$$

というように，光子の生成および消滅演算子 a^* および a を用いて表わされる。明らかに，この表現は実数的（エルミート）であるが光子の生成および消滅に関わる波動関数は複素数で表現されている。すなわち，上式は電磁場が実数であるが１光子の波動関数が複素数であるという両方の要請を満足するように作られているのである。

4．光子と位相

一方，a や a^* に古典的な意味での振幅と位相という概念を持たせるには，例えば

$$\left\{\begin{array}{l} a = \sqrt{n+1}\exp(i\theta) \\ a^* = \exp(-i\theta)\sqrt{n+1}, \quad n = a^* a \end{array}\right\} \tag{7}$$

というように位相演算子 θ を定義することができる。これと a，a^* の交換関係を用いると，光子数と位相との不確定性関係

$$\Delta n \Delta\theta \geq 1/2 \qquad (8)$$

が導かれることはよく知られている。ただし，演算子 a，θ は n と異なり，エルミートではないことを注意しておく。

ところで(5)式による $P(\mathbf{r}, t)$ がどのように観測にかかるかについて考えてみよう。ここで注意すべきは

『$P(\mathbf{r}, t)$ の t 依存性を知るためには十分多数の光子が観測されねばならない』『位相は相対的にのみ定まる』

という点である。十分多数とは,電磁場が一回振動する時間Ｔのあいだに１に比べて十分大きい数の光子という意味である。もし適当に $n \gg 1$ を選んで $\sqrt{n} \gg 1$ かつ $\sqrt{n}/n \ll 1$ とすることができれば $\Delta n \sim \sqrt{n}$ 程度であるから $\Delta n/n \ll 1$ とすることができるので,一周期の間の $P(\mathbf{r}, t)$ の時間依存性を十分な精度で決めることができるのである。この時(2)式および $\Delta n \sim \sqrt{n} \gg 1$ という関係から $\Delta\theta \ll 1$ となって位相の情報についても十分な精度で得られるのである。

以上の問題に関連して，以下に二つの例をあげよう。１つは二つのスリットによる，スクリーン上の回折パターンである。スクリーン上にはフィルムをおいても他の検出器をおいてもよいが，とにかく光子を検出できるものであるとする。十分な光子数が来るように露光したとすればスクリーン上には，光の波動性に従った干渉パターンが観測されるであろう。光の強さが小さく，電磁波の一周期Ｔの間にスクリーン上の一ケの干渉稿の幅の中に来る光子数が１に比べて十分小さかったとしよう。通常の放射光の強度はこの意味では十分に弱く，この条件は満たされている。したがって明瞭な干渉パターンを得るためにはＴに比べてはるかに長い時間 $\Delta t \gg T$ だけ $P(\mathbf{r}, t)$ を観測せねばならない。このような長時間の平均によって得られた干渉パターンの中では時間Ｔ程度の絶対的な位相情報は完全に失われている。干渉パターンに表われているのは二つのスリットを通った電磁波の相対的な位相差である。位相は，このように何らかの基準がなければ定義できないのである。この例を(8)式にたちかえって考えてみると，時間Ｔに含まれる光子数があまりに少ないために Δn が小さくなり，従って異る光子の間の位相関係は $\Delta\theta$ が大きくなって不定になってしまうこと，しかしながら，光子が自分自身の位相を基準にして干渉することは可能であることを意味しているのである。

ホログラフィーは一種の干渉パターンであるが，参照波という基準に対して散乱波の位相差を記録したものである。

もう一つの例として，いわゆる「量子うなり」を考えてみる。量子うなりとは，ほとんど等しい ω_1 および ω_2 をもつ単色の波が検出器に入ったとき，$\omega_1 - \omega_2$ の振動数で時間変化するうなりが観測される現象である。一見すると入射光には $\omega_1 - \omega_2$ のフーリエ成分が含まれていないから不思議に感ずるかも知れない。しかし検出されるものが光子であることを考えると当然の結果である。

いま仮に $\Psi(\mathbf{r}, t)$ を二つの単色波の重ね合せとして複素数表示で

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = A\left[\exp\{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega_1 t)\} + \exp\{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - \omega_2 t)\}\right]$$

と書くと

$$P(\mathbf{r}, t) \propto |\Psi|^2 = 2|A|^2[1 + \cos(\omega_2 - \omega_1)t] \qquad (9)$$

となって $\omega_2 - \omega_1$ で振動する信号が得られるのである。したがって，少なくとも $\omega_2 - \omega_1$ に追従するような光子検出器を用いれば確かにうなりが観測されることになる。これは $P(\mathbf{r}, t)$ の時間依存性を観測することによって二つの波の相対的な位相情報を記録していることを意味する。放射光でこの効果がはっきりと観測されるのは，核共鳴ブラッグ散乱における「量子うなり」である。また可視光

レーザーを用いた実験では，この現象は「ヘテロダイン検波」として知られており，λ／100～λ／1000の精度で測長することに利用されている。この方法による，位相検出の原理については後述する。

5．電磁場の場所および時間依存性の観測

前述した干渉稿の例ではスクリーン上において，光の進行方向に垂直な面内での電磁場の場所依存性を観測したことになる。この場所依存性については，電磁場を古典的にとり扱っても，光子の波動関数として扱っても同様な結果が得られる。

ここでさらに，光の進行方向に対して場所依存性をもつ場合を考察しよう。これは互いに進行方向が反対向きの単色電波を重ね合わせて生ずる定在波の場合に相当する。光子の波動関数としてこのような状態を表すと

$$\Psi(\mathbf{r},t)=A\left[\exp\{i(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)\}+\exp\{i(-\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}-\omega t)\}\right]$$
$$=2A\cos(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r})\exp(-i\omega t) \qquad (10)$$

したがって光子を見出す確率は

$$P(\mathbf{r},t)\propto|A|^2\cos^2(\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}) \qquad (11)$$

となって確かに進行方向に沿った場所依存性がある。このような場所依存性は，X線や軟X線をブラッグ反射を用いて定在波を立てた場合の光電子スペクトルなどで観測されている。

次に時間依存性について考えてみよう。(11)式においては時間依存性は消えているのだから，光子として検出する限り時間依存性は観測できないと結論できそうである。一方，古典論に基いた次のような反論も考えられる。すなわち，電磁場を実数的に表現すれば，それを二乗しても時間依存性は残る。したがって光子を観測したとしても時間依存性が観測にかかるはずだという，反論である。この反論については，少し注意深く考察する必要がある。まず振幅の2乗は2ωの振動数を含むはずであるが，電磁場そのものはωの振動数しか含んでいないから2ωの時間依存性を観測するということは，まずもって一つの矛盾である。しかし，ここで考えるべき最大の問題は観測時間△tとωとの関係である。ω程度の振動の時間依存性を観測しようとすれば，その時間分解能△tは

$$\Delta t \ll \omega^{-1}$$

でなければならない。一方，このようなΔtによる測定は光子のエネルギーに非常に大きな不確定性$\Delta\omega$を与え

$$\omega \ll \Delta\omega$$

となってしまうであろう。このことはω程度の振動という描像そのものがくずれてしまうことを意味する。したがって(5)式で表わされるような時間依存性を，光子で観測することは不可能であるということが結論されるのである。

逆の場合として，非常にエネルギー分解能のよい，光子の検出が可能であったとして，再び「量子うなり」を考えてみよう。もし，このエネルギー分解能が

$$\Delta\omega \ll |\omega_2-\omega_1|$$

であったとすると，実は，(9)式のうなりすら観測できなくなってしまうのである。その理由は，光子の検出に要する時間（$\Delta\omega)^{-1}$が，うなりの周期よりはるかに長くなってしまうからである。

（次号へつづく）